J. 201305

FINANCES PUBLIQUES

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

**ANNÉE 2021**

---

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2**

*Durée : 3 heures – Coefficient : 5*

---

# Économétrie et statistique

---

*Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.*

---

***Recommandations importantes***

*Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.*

*Sous peine d'annulation, en dehors du volet rabattable d'en-tête, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tels que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro ou toute autre indication, même fictive, étrangère au traitement du sujet.*

*Sur les copies, les candidats devront écrire et souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre de couleur noire ou bleue uniquement. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.*

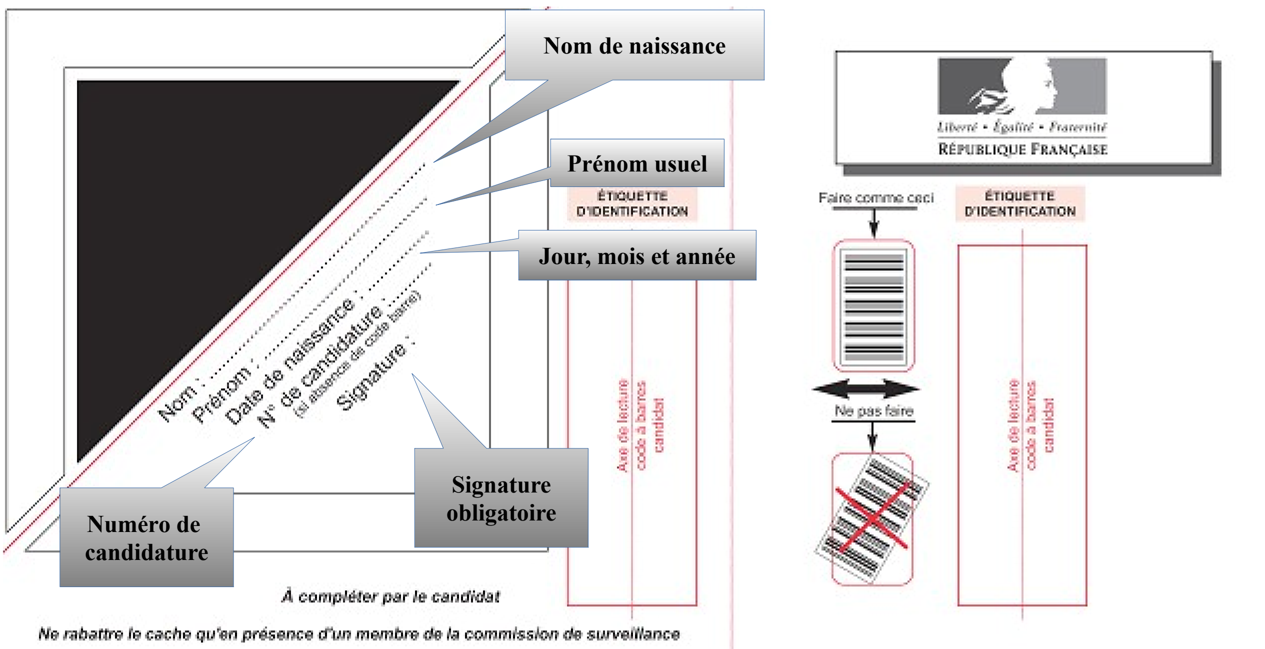
*Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.*

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

*Liberté*
*Égalité*
*Fraternité*

**Tournez la page S.V.P.**

**Le candidat complétera l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformera aux instructions données**




Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel (1)

(1) Rayer les mentions inutiles

**Externe**

Pour l'emploi de : **Inspecteur des Finances publiques**

Épreuve n° : **2**

Matière **027 – Économétrie et statistique**

Date : **1 5 0 9 2 0 2 0**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

**Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires**

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

**Pour remplir ce document :**

**Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur NOIRE ou BLEUE.**

EXEMPLE DE MARQUAGE : Faire comme ceci — Ne pas faire

Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones NOTE / 20 et dans le cadre A

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case erreur et reportez la note dans le cadre B.

| Cadre A réservé à la notation | | |
|---|---|---|
| 20 | 19 | 18 |
| 17 | 16 | 15 |
| 14 | 13 | 12 |
| 11 | 10 | 09 |
| 08 | 07 | 06 |
| 05 | 04 | 03 |
| 02 | 01 | 00 |

Décimales: ,00 ,25 ,50 ,75

| Cadre B réservé à la notation rectificative | | |
|---|---|---|
| 20 | 19 | 18 |
| 17 | 16 | 15 |
| 14 | 13 | 12 |
| 11 | 10 | 09 |
| 08 | 07 | 06 |
| 05 | 04 | 03 |
| 02 | 01 | 00 |

Décimales: ,00 ,25 ,50 ,75

Erreur

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

**En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.**

**Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.**

**Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.**

**Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification**

NOTE / 20

NOTE / 20

**EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE**

FINANCES PUBLIQUES

**SUJET**

**ÉCONOMÉTRIE ET STATISTIQUE**

Code matière : 027

*Les candidates et les candidats peuvent avoir à leur disposition sur la table de concours le matériel d'écriture, une règle, un correcteur, des surligneurs et le matériel spécifique cité ci-après.*

*Les matériels autorisés sont les suivants :*

- *les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;*
- *les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».*
- *les règles graduées.*

*Sont interdits :*

- *les règles de calcul, compas, équerres, rapporteurs et tables de logarithmes.*

**Le candidat traitera obligatoirement les quatre exercices suivants.**

## EXERCICE N° 1

Les chiffres clés du cancer en France métropolitaine en 2015 ont donné les résultats suivants : 385 000 nouveaux cas ont été estimés dont 174 000 chez les femmes. Par ailleurs, sur les 149 500 décès, 84 100 concernent des individus de sexe masculin.

**Vous chercherez à savoir si le sexe peut être un facteur dépendant du décès des malades en construisant un test.**

## EXERCICE N° 2

Un dé régulier est lancé 9 000 fois. On cherche à déterminer la probabilité pour que le 6 apparaisse entre 1 400 et 1 600 fois.

**1. On note X la variable aléatoire égale au nombre de 6 obtenus. Citer la loi de X.**

**2. Par quelle loi peut-on approximer X ?**

**3. Calculer la probabilité demandée dans l'énoncé de deux façons : avec correction de continuité et sans correction de continuité.**

**4. À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, donner une minoration de la probabilité demandée.**



**Tournez la page S.V.P.**

## EXERCICE N° 3

Pour mesurer la dépendance entre l'âge et le risque cardio-vasculaire, on a observé 12 patients, pour lesquels on dispose de l'âge en années (variable X), et du logarithme du dosage en d-dimères (variable Y). On donne les quantités suivantes :

$\Sigma_{x_i}=596$ ; $\Sigma_{x_i^2}=32435$ ; $\Sigma_{y_i}=-5,2$ ; $\Sigma_{y_i^2}=4,3$ ; $\Sigma_{x_i y_i}=-188,58$

*Tous les résultats de l'exercice doivent être arrondis au millième.*

### Partie A

**1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de X en Y. Interpréter le coefficient.**

**2. Calculer l'équation de la droite de régression linéaire de Y sur X.**

**3. Calculer la variance estimée de la régression.**

**4. Quelle valeur de Y peut-on prévoir pour un individu de 60 ans ?**

### Partie B

**1. Donner un intervalle de confiance de niveau 0,99 pour la pente de la droite de régression linéaire.**

**2. Donner un intervalle de confiance de niveau 0,99 pour l'ordonnée à l'origine de la droite de régression linéaire.**

**3. Donner un intervalle de confiance de niveau 0,99 pour la valeur moyenne de Y parmi les individus de 60 ans.**

### Partie C

**1. Tester la pertinence de la régression au seuil de 1 %.**

**2. Des études précédentes avaient donné une dépendance linéaire entre l'âge et le dosage en d-dimères sous la forme $Y=0,02x-2$ . Tester au seuil de 1 % si les valeurs estimées de la droite de régression peuvent être conservées.**

**3. Tester au seuil de 1 % l'hypothèse $H_o:\sigma^2=0,03$ contre $H_1:\sigma^2>0,03$ .**

## EXERCICE N° 4

### Partie A

Lors d'une soirée, une chaîne de télévision a retransmis un match. Cette chaîne a ensuite proposé une émission d'analyse de ce match.

On dispose des informations suivantes :

- 56 % des téléspectateurs ont regardé le match ;
- Un quart des téléspectateurs ayant regardé le match ont aussi regardé l'émission ;
- 16,2 % des téléspectateurs ont regardé l'émission.

**1. Calculer le pourcentage de téléspectateurs qui ont regardé l'émission, sachant qu'ils n'ont pas regardé le match.**

**2. Le lendemain, un journal affirme : « La moitié des téléspectateurs qui n'ont pas regardé l'émission d'analyse du match ont regardé le match ». Que peut-on penser de cette affirmation ?**

**Partie B**

Pour déterminer l'audience des chaînes de télévision, un institut de sondage recueille, au moyen de boîtiers individuels, des informations auprès de milliers de foyers français.

Cet institut décide de modéliser le temps passé, en heure, par un téléspectateur devant la télévision le soir du match, par une variable aléatoire $T$ suivant la loi normale d'espérance $\mu=1{,}5$ et d'écart-type $\sigma=0{,}5$ .

**1. Déterminer le pourcentage de téléspectateurs qui ont passé entre une heure et deux heures devant leur télévision le soir du match. On utilisera un résultat remarquable de la loi normale.**

**2. Déterminer l'arrondi à $10^{-2}$ du réel $t$ tel que $p(T\geq t)=0{,}066$. Interpréter le résultat.**

**Partie C**

La durée de vie d'un boîtier individuel, exprimée en année, est modélisée par une variable aléatoire notée $D$ qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda$ strictement positif. Un institut de sondage a constaté qu'un quart des boîtiers a une durée de vie comprise entre un et deux ans.

**1. a. Démontrer que $p(x_1<D<x_2)=e^{-\lambda x_1}-e^{-\lambda x_2}$ .**

**1. b. Prouver que la fonction $F$ définie sur R par $F(x)=-(x+\frac{1}{\lambda})e^{-\lambda x}$ est une primitive sur $[0;+\infty[$ de la fonction $x\mapsto\lambda x e^{-\lambda x}$ .**

**1. c. Démontrer que l'espérance de $D$ est $\frac{1}{\lambda}$ .**

**1. d. Rappeler ce que signifie : « la loi exponentielle est une loi à durée de vie sans vieillissement ».**

**2. L'usine qui fabrique les boîtiers affirme que leur durée de vie moyenne est supérieure à trois ans. L'affirmation de l'usine est-elle correcte ?**

**3. Un téléspectateur a acheté un boîtier il y a 6 mois, il fonctionne très bien. Il pense qu'il a une chance sur deux qu'il fonctionne encore dans un an. Pourrait-on le vérifier ?**

Le sujet comporte trois annexes, pour un total de trois pages.

**Liste des annexes :**

**– Annexe n° 1 : Table du Khi-Deux (1 page) ;**

**– Annexe n° 2 : Table de la loi normale centrée réduite (1 page) ;**

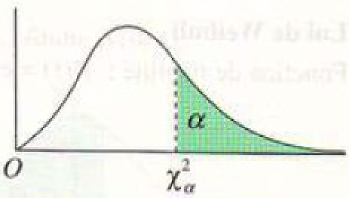
**– Annexe n° 3 : Table de Student (1 page).**

## Annexe n° 1 : Table du Khi-Deux

### Table de distribution de $\chi^2$ (loi de K. Pearson)

La table donne la probabilité $\alpha$, en fonction du nombre de degrés de liberté $\nu$, pour que $\chi^2$ égale ou dépasse une valeur donnée $\chi^2_\alpha$.

$$\alpha = P(\chi^2 \geq \chi^2_\alpha)$$




| $\nu$ | $\alpha = 0{,}990$ | $\alpha = 0{,}975$ | $\alpha = 0{,}950$ | $\alpha = 0{,}900$ | $\alpha = 0{,}100$ | $\alpha = 0{,}050$ | $\alpha = 0{,}025$ | $\alpha = 0{,}010$ | $\alpha = 0{,}001$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,0002 | 0,0010 | 0,0039 | 0,0158 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 10,83 |
| 2 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 13,82 |
| 3 | 0,12 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 | 16,27 |
| 4 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 | 18,47 |
| 5 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 | 20,52 |
| 6 | 0.87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 | 22,46 |
| 7 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,47 | 24,32 |
| 8 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 | 26,13 |
| 9 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 | 27,88 |
| 10 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 | 29,59 |
| 11 | 3,05 | 3,82 | 4,57 | 5,58 | 17,27 | 19,67 | 21,92 | 24,72 | 31,26 |
| 12 | 3,57 | 4,40 | 5,23 | 6,30 | 18,55 | 21,03 | 23,34 | 26,22 | 32,91 |
| 13 | 4,11 | 5,01 | 5,89 | 7,04 | 19,81 | 22,36 | 24,74 | 27,69 | 34,53 |
| 14 | 4,66 | 5,63 | 6,57 | 7,79 | 21,06 | 23,68 | 26,12 | 29,14 | 36,12 |
| 15 | 5,23 | 6,26 | 7,26 | 8,55 | 22,31 | 25,00 | 27,49 | 30,58 | 37,70 |
| 16 | 5,81 | 6,91 | 7,96 | 9,31 | 23,54 | 26,30 | 28,84 | 32,00 | 39,25 |
| 17 | 6,41 | 7,56 | 8,67 | 10,08 | 24,77 | 27,59 | 30,19 | 33,41 | 40,79 |
| 18 | 7.01 | 8,23 | 9,39 | 10,86 | 25,99 | 28,87 | 31,53 | 34,80 | 42,31 |
| 19 | 7,63 | 8,91 | 10,12 | 11,65 | 27,20 | 30,14 | 32,85 | 36,19 | 43,82 |
| 20 | 8,26 | 9,59 | 10,85 | 12,44 | 28,41 | 31,41 | 34,17 | 37,57 | 45,32 |
| 21 | 8,90 | 10,28 | 11,59 | 13,24 | 29,61 | 32,67 | 35,48 | 38,93 | 46,80 |
| 22 | 9,54 | 10,98 | 12,34 | 14,04 | 30,81 | 33,92 | 36,78 | 40,29 | 48,27 |
| 23 | 10,20 | 11,69 | 13,09 | 14,85 | 32,01 | 35,17 | 38,08 | 41,64 | 49,73 |
| 24 | 10,86 | 12,40 | 13,85 | 15,66 | 33,20 | 36,41 | 39,37 | 42,98 | 51,18 |
| 25 | 11,52 | 13,12 | 14,61 | 16,47 | 34,38 | 37,65 | 40,65 | 44,31 | 52,62 |
| 26 | 12,20 | 13,84 | 15,38 | 17,29 | 35,56 | 38,88 | 41,92 | 45,64 | 54,05 |
| 27 | 12,88 | 14,57 | 16,15 | 18,11 | 36,74 | 40,11 | 43,19 | 46,96 | 55,48 |
| 28 | 13,57 | 15,31 | 16,93 | 18,94 | 37,92 | 41,34 | 44,46 | 48,28 | 56,89 |
| 29 | 14,26 | 16,05 | 17,71 | 19,77 | 39,09 | 42,56 | 45,72 | 49,59 | 58,30 |
| 30 | 14,95 | 16,79 | 18,49 | 20,60 | 40,26 | 43,77 | 46,98 | 50,89 | 59,70 |

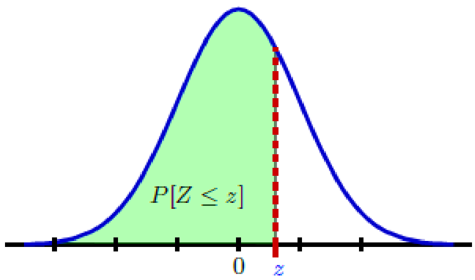
Quand $\nu$ est supérieur à 30, on utilise la table de la loi normale (table de l'écart réduit) avec :

$$t = \sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}$$

## Annexe n° 2 : Table de la loi normale centrée réduite

### Table N

Aire sous la courbe normale à gauche de $z$, c'est à dire $P[Z \leq z]$, où $Z \sim N(0;1)$.




| | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| .00 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| .10 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| .20 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| .30 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| .40 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| .50 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| .60 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |
| .70 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7764 | .7794 | .7823 | .7852 |
| .80 | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8051 | .8078 | .8106 | .8133 |
| .90 | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8315 | .8340 | .8365 | .8389 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8554 | .8577 | .8599 | .8621 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 | .8708 | .8729 | .8749 | .8770 | .8790 | .8810 | .8830 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 | .8907 | .8925 | .8944 | .8962 | .8980 | .8997 | .9015 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 | .9082 | .9099 | .9115 | .9131 | .9147 | .9162 | .9177 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 | .9236 | .9251 | .9265 | .9279 | .9292 | .9306 | .9319 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 | .9370 | .9382 | .9394 | .9406 | .9418 | .9429 | .9441 |
| 1.6 | .9452 | .9463 | .9474 | .9484 | .9495 | .9505 | .9515 | .9525 | .9535 | .9545 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 | .9582 | .9591 | .9599 | .9608 | .9616 | .9625 | .9633 |
| 1.8 | .9641 | .9649 | .9656 | .9664 | .9671 | .9678 | .9686 | .9693 | .9699 | .9706 |
| 1.9 | .9713 | .9719 | .9726 | .9732 | .9738 | .9744 | .9750 | .9756 | .9761 | .9767 |
| 2.0 | .9772 | .9778 | .9783 | .9788 | .9793 | .9798 | .9803 | .9808 | .9812 | .9817 |
| 2.1 | .9821 | .9826 | .9830 | .9834 | .9838 | .9842 | .9846 | .9850 | .9854 | .9857 |
| 2.2 | .9861 | .9864 | .9868 | .9871 | .9875 | .9878 | .9881 | .9884 | .9887 | .9890 |
| 2.3 | .9893 | .9896 | .9898 | .9901 | .9904 | .9906 | .9909 | .9911 | .9913 | .9916 |
| 2.4 | .9918 | .9920 | .9922 | .9925 | .9927 | .9929 | .9931 | .9932 | .9934 | .9936 |
| 2.5 | .9938 | .9940 | .9941 | .9943 | .9945 | .9946 | .9948 | .9949 | .9951 | .9952 |
| 2.6 | .9953 | .9955 | .9956 | .9957 | .9959 | .9960 | .9961 | .9962 | .9963 | .9964 |
| 2.7 | .9965 | .9966 | .9967 | .9968 | .9969 | .9970 | .9971 | .9972 | .9973 | .9974 |
| 2.8 | .9974 | .9975 | .9976 | .9977 | .9977 | .9978 | .9979 | .9979 | .9980 | .9981 |
| 2.9 | .9981 | .9982 | .9982 | .9983 | .9984 | .9984 | .9985 | .9985 | .9986 | .9986 |
| 3.0 | .9987 | .9987 | .9987 | .9988 | .9988 | .9989 | .9989 | .9989 | .9990 | .9990 |
| 3.1 | .9990 | .9991 | .9991 | .9991 | .9992 | .9992 | .9992 | .9992 | .9993 | .9993 |
| 3.2 | .9993 | .9993 | .9994 | .9994 | .9994 | .9994 | .9994 | .9995 | .9995 | .9995 |
| 3.3 | .9995 | .9995 | .9995 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9996 | .9997 |
| 3.4 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9997 | .9998 |
| | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |

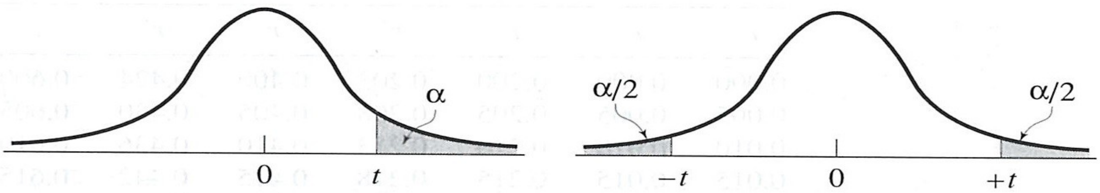




Tournez la page S.V.P.

## Annexe n° 3 : Table de Student

# Table $t$ : points de pourcentage supérieurs de la distribution $t$




Test unilatéral — Test bilatéral

| | Seuil de signification pour le test unilatéral | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | .25 | .20 | .15 | .10 | .05 | .025 | .01 | .005 | .0005 |
| | **Seuil de signification pour le test bilatéral** | | | | | | | | |
| *dl* | .50 | .40 | .30 | .20 | .10 | .05 | .02 | .01 | .001 |
| 1 | 1.000 | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 | 636.620 |
| 2 | 0.816 | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 31.599 |
| 3 | 0.765 | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 12.924 |
| 4 | 0.741 | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 8.610 |
| 5 | 0.727 | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 6.869 |
| 6 | 0.718 | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.959 |
| 7 | 0.711 | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 5.408 |
| 8 | 0.706 | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 5.041 |
| 9 | 0.703 | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.781 |
| 10 | 0.700 | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.587 |
| 11 | 0.697 | 0.876 | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.437 |
| 12 | 0.695 | 0.873 | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 4.318 |
| 13 | 0.694 | 0.870 | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 4.221 |
| 14 | 0.692 | 0.868 | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 4.140 |
| 15 | 0.691 | 0.866 | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 4.073 |
| 16 | 0.690 | 0.865 | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 4.015 |
| 17 | 0.689 | 0.863 | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.965 |
| 18 | 0.688 | 0.862 | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.922 |
| 19 | 0.688 | 0.861 | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.883 |
| 20 | 0.687 | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.850 |
| 21 | 0.686 | 0.859 | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.819 |
| 22 | 0.686 | 0.858 | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.792 |
| 23 | 0.685 | 0.858 | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.768 |
| 24 | 0.685 | 0.857 | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.745 |
| 25 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.725 |
| 26 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.707 |
| 27 | 0.684 | 0.855 | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.690 |
| 28 | 0.683 | 0.855 | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.674 |
| 29 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.659 |
| 30 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.646 |
| 40 | 0.681 | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.551 |
| 50 | 0.679 | 0.849 | 1.047 | 1.299 | 1.676 | 2.009 | 2.403 | 2.678 | 3.496 |
| 100 | 0.677 | 0.845 | 1.042 | 1.290 | 1.660 | 1.984 | 2.364 | 2.626 | 3.390 |
| ∞ | 0.674 | 0.842 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.291 |