

**CONCOURS EXTERNE POUR L'ACCÈS AU GRADE
D'INSPECTEUR DES FINANCES PUBLIQUES**

ANNÉE 2020

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 2

Durée : 3 heures - Coefficient : 5

Économétrie et statistique

Toute note inférieure à 5/20 est éliminatoire.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de servir la copie dédiée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne doit porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.



Tournez la page S.V.P.

Le candidat devra compléter l'intérieur du volet rabattable des informations demandées et se conformer aux instructions données

Nom de naissance

Prénom usuel

Jour, mois et année

Signature obligatoire

Numéro de candidature

À compléter par le candidat

Ne rabattre le cache qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

ÉTIQUETTE D'IDENTIFICATION

Faire comme ceci

Ne pas faire

Axe de lecture code à barres candidat

Concours externe - interne - professionnel - ou examen professionnel ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Rayer les mentions inutiles

Externe

Pour l'emploi de : **Inspecteur des Finances publiques**

Épreuve n° : **2**

Préciser éventuellement le nombre d'intercalaires supplémentaires

Matière : **027 – Économétrie et statistique**

Date : **1 7 0 9 | 2 0 1 9**

Nombre d'intercalaires supplémentaires :

À L'ATTENTION DU CANDIDAT

En dehors de la zone d'identification rabattable, les copies doivent être totalement anonymes et ne comporter aucun élément d'identification tel que nom, prénom, signature, paraphe, localisation, initiale, numéro, ou toute autre indication même fictive étrangère au traitement du sujet.

Il est demandé aux candidats d'écrire et de souligner si nécessaire au stylo bille, plume ou feutre, de couleur noire ou bleue uniquement. Une autre couleur pourrait être considérée comme un signe distinctif par le jury, auquel cas la note de zéro serait attribuée. De même, l'utilisation de crayon surligneur est interdite.

Les étiquettes d'identification codes à barres, destinées à permettre à l'administration d'identifier votre copie, ne doivent être détachées et collées dans les deux cadres prévus à cet effet qu'en présence d'un membre de la commission de surveillance.

Suivre les instructions données pour les étiquettes d'identification

NOTE / 20

,

RÉSERVÉ À L'ADMINISTRATION

À L'ATTENTION DU CORRECTEUR

Pour remplir ce document :
Utilisez un stylo ou une pointe feutre de couleur NOIRE ou BLEUE.

EXEMPLE DE MARQUAGE : Faire comme ceci (barre) / Ne pas faire (croix)

Pour porter votre note, cochez les gélules correspondantes.

Reportez la note dans les zones **NOTE / 20** et dans le cadre **A**

En cas d'erreur de codification dans le report des notes cochez la case **erreur** et reportez la note dans le cadre **B**.

Cadre A réservé à la notation				Cadre B réservé à la notation rectificative			
20	19	18		20	19	18	
17	16	15		17	16	15	
14	13	12		14	13	12	
11	10	09		11	10	09	
08	07	06		08	07	06	
05	04	03		05	04	03	
02	01	00		02	01	00	
Décimales				Décimales			
,00	,25	,50	,75	,00	,25	,50	,75
				Erreur			

NOTE / 20

,

EN AUCUN CAS, LE CANDIDAT NE FERMERA LE VOLET RABATTABLE AVANT D'Y AVOIR ÉTÉ AUTORISÉ PAR LA COMMISSION DE SURVEILLANCE

SUJET

ÉCONOMÉTRIE ET STATISTIQUE

Code matière : 027

Les candidats sont autorisés à utiliser les matériels suivants :

- les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique ;
- les calculatrices avec mémoire alphanumérique et/ou avec écran graphique qui disposent d'une fonctionnalité « mode examen ».
- les règles graduées.

Sont interdits :

- les téléphones portables ainsi que les montres et/ou tout autres objets et accessoires connectés ;
- les règles de calcul, compas, équerres, rapporteurs et tables de logarithmes ;
- l'utilisation de tout autre document ou matériel autre que le matériel nécessaire pour composer.

Le candidat traitera obligatoirement les six exercices suivants.

EXERCICE N° 1

La densité d'une variable aléatoire X est définie par :

$$\begin{cases} f(x) = kx \text{ si } x \in [0; 36] \\ f(x) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

1. Citer les propriétés que doit respecter une fonction de densité de probabilité.
2. Calculer k pour que la fonction f soit une densité de probabilité.
3. Déterminer la fonction de répartition de X.
4. Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$.
5. Calculer $P[(12 < X < 23) / X > 12]$.

EXERCICE N° 2

L'évolution de la population d'une région entre 1970 et 2010 donne les résultats suivants :

Année X_i	1970	1980	1990	2000	2010
Population y_i en millions	2.5	3	3.6	4.4	5.2

Lorsque X_i désigne le numéro de l'année, on pose $x_i = \frac{X_i - 1900}{10}$. Une décennie correspond alors à une unité.

1. Représenter le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) , ainsi que le point moyen.

Les unités graphiques seront de 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses, et de 2 cm pour 1 million sur l'axe des ordonnées.

2. En première approximation, il est possible d'envisager de représenter la population y comme une fonction affine de l'année x .
- Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en x , sous la forme $y = ax+b$, obtenue par la méthode des moindres carrés.**
 - Quelle prévision ferait-on avec cette approximation pour la population de la région en 2030 ?**
 - En quelle année la population de cette région dépassera-t-elle les 10 millions d'habitants ?**
3. En deuxième approximation, puisque l'allure du nuage est plutôt exponentielle, on pose $z_i = \ln y_i$
- Calculer z_i à 10^{-3} près, pour i allant de 1 à 5.**
 - Sans détailler les calculs, donner la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés.**
 - En déduire A et B tels que $y = Ae^{Bx}$**
 - Quelle population prévoir avec ce modèle en 2030 ?**
 - En quelle année la population dépassera-t-elle 10 millions d'habitants ?**

EXERCICE N° 3

La Direction d'une grande entreprise souhaite comparer la rémunération moyenne de leurs antennes implantées en milieu urbain d'une part, et d'autre part, en milieu rural. Les rémunérations moyennes μ ainsi que les variances σ^2 des quatre antennes sont inconnues. On teste l'hypothèse $H_0: \mu_1 = \mu_2$ contre l'hypothèse $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ pour le milieu urbain et l'hypothèse $H_0: \mu_3 = \mu_4$ contre l'hypothèse $H_1: \mu_3 \neq \mu_4$ pour le milieu rural.

Pour chacun des milieux (milieu urbain / milieu rural), on prélève deux échantillons aléatoires dont les caractéristiques sont contenues dans les tableaux ci-dessous. **Qu'en déduisez-vous ?** Pour effectuer les tests, vous fixerez le risque d'erreur à 5 %.

Milieu urbain	Taille de l'échantillon	Rémunération moyenne en €	Écarts-types en €
Lille	$n_1 = 80$	$m_1 = 2430$	$s_1 = 280$
Lyon	$n_2 = 100$	$m_2 = 2520$	$s_2 = 400$

Milieu rural	Taille de l'échantillon	Rémunération moyenne en €	Écarts-types en €
Seignosse	$n_3 = 25$	$m_3 = 2250$	$s_3 = 220$
Carcans	$n_4 = 11$	$m_4 = 1900$	$s_4 = 390$

Aides à l'exercice :

La rémunération est une variable aléatoire normale.

Lorsque les échantillons sont inférieurs à 30, il faut d'abord tester l'égalité des variances.

Lorsque les variances sont inégales et que la comparaison des moyennes m_A et m_B utilise une statistique de test qui suit une loi de Student, le nombre de degrés de liberté est donné par la formule

$$v = \frac{\left(\frac{s_A^2}{n_A - 1} + \frac{s_B^2}{n_B - 1} \right)^2}{\frac{n_A^2}{(n_A - 1)^2} \frac{s_A^4}{n_A^2 (n_A - 1)} + \frac{n_B^2}{(n_B - 1)^2} \frac{s_B^4}{n_B^2 (n_B - 1)}}$$

Lorsque les variances sont égales et que la comparaison des moyennes m_A et m_B utilise une statistique de test qui suit une loi de Student, le nombre de degrés de liberté est $n_A + n_B - 2$.

EXERCICE N° 4

1. On étudie une maladie dans un groupe de sportifs souffrant de l'épaule. On a constaté que le taux, en nanogrammes par millilitre (ng/mL), d'une substance présente dans le sang est plus élevé chez les personnes ayant été opérées de l'épaule que chez les personnes qui n'ont pas subi d'opération.

a. Le taux de cette substance Gamma dans la population des personnes qui n'ont pas été opérées de l'épaule est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 50$ et d'écart-type $\sigma = 11$.

On choisit au hasard une personne parmi celles qui n'ont pas été opérées de l'épaule mais qui sont atteintes de cette maladie.

Calculer la probabilité que le taux dans le sang de la substance Gamma soit supérieur à 80 ng/mL.

b. Des études ont mis en évidence que le taux moyen de la substance Gamma chez les personnes atteintes de la maladie étudiée et ayant été opérées, est de 60 ng/mL et que 10 % d'entre elles ont un taux de substance Gamma inférieur à 48 ng/mL.

On appelle T' la variable aléatoire qui modélise le taux de la substance Gamma en ng/mL chez une personne atteinte de cette maladie et ayant subi l'opération de l'épaule.

On admet que T' suit la loi normale d'espérance μ' et d'écart-type σ' .

Préciser la valeur de μ' et déterminer la valeur de σ' .

2. On cherche à dépister la maladie étudiée, chez les sportifs, après une intervention chirurgicale. On effectue une prise de sang. On considère que le dépistage est positif si le taux de la substance Gamma est supérieur ou égal à 55 ng/mL.

Une personne étant choisie au hasard dans le groupe de sportifs souffrant de l'épaule, on appelle :

- M l'événement « le sportif est atteint de la maladie étudiée »
- D l'événement « le patient a un dépistage positif »

On admet que :

- 75 % des personnes atteintes de la maladie ont un dépistage positif ;

- 68 % des personnes non atteintes de cette maladie ont un dépistage négatif.

On sait, de plus, que 10 % du groupe de sportifs étudié est atteint par cette maladie.

a. Calculer la probabilité qu'un sportif blessé ait un dépistage positif.

b. Calculer $p_D(M)$ et interpréter ce résultat.

c. Un sportif a un dépistage positif. Le médecin le rassure en lui disant qu'il n'a qu'une chance sur 4 d'avoir contracté la maladie. Qu'en pensez-vous ?

3. Lors du dépistage précédent, la prise de sang est effectuée 24 h après l'opération. Les données montrent alors que 75 % des patients malades ont un dépistage positif.

Lors d'une seconde prise de sang, un an après l'intervention chirurgicale sur un groupe de 180 sportifs malades opérés, on constate que le taux de substance Gamma diminue dans certains cas et devient inférieur à 55 ng/mL.

Pour ces 180 personnes, le dépistage se révèle maintenant positif pour 69 % d'entre elles.

L'équipe médicale s'interroge sur la fiabilité du résultat à 24 h post-opératoire.

Peut-on considérer que le pourcentage des patients ayant un dépistage positif a évolué en un an ?

EXERCICE N° 5

Soient T_1 et T_2 deux estimateurs sans biais, indépendants, d'un paramètre θ , de variances respectives σ_1^2 et σ_2^2 .

1. Montrer que $T = \alpha T_1 + (1 - \alpha) T_2$ est aussi un estimateur sans biais de θ pour tout α réel quelconque.

2. Pour quelle valeur de α , la variance de T est-elle minimale ?

EXERCICE N° 6

Dans une urne, il y a deux boules blanches et huit boules noires. On effectue successivement 20 tirages d'une boule avec remise.

Quel est le pourcentage minimum de chances d'obtenir entre 1 et 7 boules blanches ?

On utilisera l'inégalité de Bienaymé Tchebychev pour minorer la probabilité d'obtenir entre 1 et 7 boules blanches.

Liste des annexes :

– **Annexe 1 : Table de la loi normale centrée réduite (1 page)**

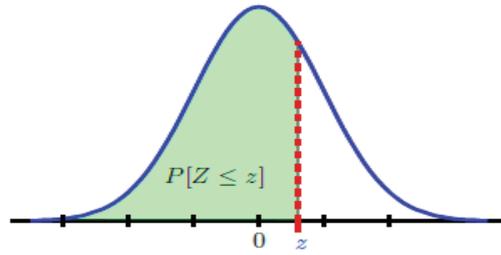
– **Annexe 2 : Table de Fisher (1 page)**

– **Annexe 3 : Table de Student (1 page)**

Annexe 1 : Table de la loi normale centrée réduite

Table N

Aire sous la courbe normale à gauche de z , c'est à dire $P[Z \leq z]$, où $Z \sim N(0; 1)$.



	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.00	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.10	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.20	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.30	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.40	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.50	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.60	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.70	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.80	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.90	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09

Annexe 2 : Table de Fisher

IV. DISTRIBUTIONS F DE FISHER-SNEDECOR (suite)

Valeurs $F_{0,975}$ telles que $\int_0^{F_{0,975}} [c x^{k_1/2-1} (k_1 x + k_2)^{-(k_1+k_2)/2}] dx = 0,975$

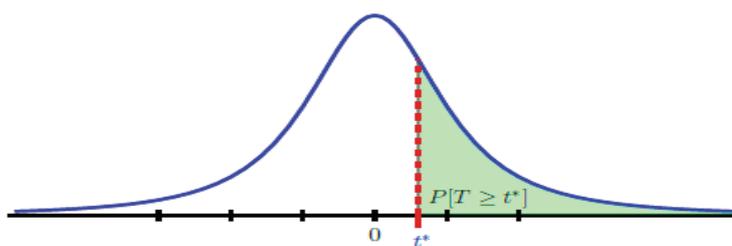
k_2	k_1																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	50	100	200	500	∞
1	648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	985	993	1001	1008	1013	1016	1017	1018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5	39,5	39,5	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,6	14,5	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	14,0	14,0	13,9	13,9	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,66	8,56	8,46	8,38	8,32	8,29	8,27	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,43	6,33	6,23	6,14	6,08	6,05	6,03	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,27	5,17	5,07	4,98	4,92	4,88	4,86	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,57	4,47	4,36	4,28	4,21	4,18	4,16	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,10	4,00	3,89	3,81	3,74	3,70	3,68	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,77	3,67	3,56	3,47	3,40	3,37	3,35	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,52	3,42	3,31	3,22	3,15	3,12	3,09	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,33	3,23	3,12	3,03	2,96	2,92	2,90	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,18	3,07	2,96	2,87	2,80	2,76	2,74	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,05	2,95	2,84	2,74	2,67	2,63	2,61	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	2,95	2,84	2,73	2,64	2,56	2,53	2,50	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	2,86	2,76	2,64	2,55	2,47	2,44	2,41	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,79	2,68	2,57	2,47	2,40	2,36	2,33	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,72	2,62	2,50	2,41	2,33	2,29	2,26	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,67	2,56	2,44	2,35	2,27	2,23	2,20	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,62	2,51	2,39	2,30	2,22	2,18	2,15	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,57	2,46	2,35	2,25	2,17	2,13	2,10	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,50	2,39	2,27	2,17	2,09	2,05	2,02	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,44	2,33	2,21	2,11	2,02	1,98	1,95	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	2,39	2,28	2,16	2,05	1,97	1,92	1,90	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	2,34	2,23	2,11	2,01	1,92	1,88	1,85	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,31	2,20	2,07	1,97	1,88	1,84	1,81	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,18	2,07	1,94	1,83	1,74	1,69	1,66	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,11	1,99	1,87	1,75	1,66	1,60	1,57	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,06	1,94	1,82	1,70	1,60	1,54	1,51	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,45	2,36	2,28	2,21	2,00	1,88	1,75	1,63	1,53	1,47	1,43	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24	2,18	1,97	1,85	1,71	1,59	1,48	1,42	1,38	1,35
200	5,10	3,76	3,18	2,85	2,63	2,47	2,35	2,26	2,18	2,11	1,90	1,78	1,64	1,51	1,39	1,32	1,27	1,23
500	5,05	3,72	3,14	2,81	2,59	2,43	2,31	2,22	2,14	2,07	1,86	1,74	1,60	1,46	1,34	1,25	1,19	1,14
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,83	1,71	1,57	1,43	1,30	1,21	1,13	1,00

Exemples : $F_{0,975} = 4,24$ pour $k_1 = 5$ et $k_2 = 10$ degrés de liberté
 et $F_{0,025} = 1/6,62 = 0,151$ pour $k_1 = 5$ et $k_2 = 10$ degrés de liberté.

Annexe 3 : Table de Student

Tableau T

Tableau de t^* tel qu'une variable de Student à dl degrés de liberté ait probabilité p d'être supérieure à t^*



dl	$P[T \geq t^*] = p$											
	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	.8165	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	.7649	.9785	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	.7407	.9410	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	.7267	.9195	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.7176	.9057	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.7111	.8960	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.7064	.8889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.7027	.8834	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	.6998	.8791	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.6974	.8755	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.6955	.8726	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.6938	.8702	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	.6924	.8681	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	.6912	.8662	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	.6901	.8647	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.6892	.8633	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.6884	.8620	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	.6876	.8610	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	.6870	.8600	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.6864	.8591	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	.6858	.8583	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	.6853	.8575	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	.6848	.8569	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	.6844	.8562	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	.6840	.8557	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	.6837	.8551	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	.6834	.8546	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	.6830	.8542	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	.6828	.8538	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	.6807	.8507	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	.6794	.8489	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	.6786	.8477	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	.6776	.8461	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	.6770	.8452	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	.6747	.8420	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z^*	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291
	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005

